

# Aula 10 – Indicadores de Distorção Harmônica Parte 2



Prof. Heverton Augusto Pereira  
Prof. Mauro de Oliveira Prates

Universidade Federal de Viçosa - UFV  
Departamento de Engenharia Elétrica - DEL  
Gerência de Especialistas em Sistemas Elétricos de Potência – Gesep

[heverton.pereira@ufv.br](mailto:heverton.pereira@ufv.br)

[www.gesep.ufv.br](http://www.gesep.ufv.br)  
TEL: +55 (31) 3899-3266

# Medidas de Distorção Harmônica

---

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

As distorções harmônicas são fenômenos associados com deformações na forma de onda das tensões e correntes em relação à onda senoidal da frequência fundamental (Prodist – Módulo 8).

Ondas de tensão e corrente podem ser expressas como:

$$v(t) = V_0 + V_1 \text{sen}(\omega_1 t + \varphi_1) + V_2 \text{sen}(2\omega_1 t + \varphi_2) + \dots$$

$$i(t) = I_0 + I_1 \text{sen}(\omega_1 t + \delta_1) + I_2 \text{sen}(2\omega_1 t + \delta_2) + \dots$$

# Distorção Harmônica Total (DHT)

---

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

O desvio total de uma onda distorcida em relação à sua **componente fundamental** pode ser estimado com a ajuda do DHT (ou THD, do inglês *Total Harmonic Distortion*), um dos índices mais usados para indicar o conteúdo harmônico do sinal.

# Distorção Harmônica Total (DHT)

É a medida do grau de distorção de uma onda em relação a uma senoide pura.

DHT para tensão: 
$$DHT_V = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1} V_h^2}}{V_1}$$

$$V_{rms} = \sqrt{V_{rms,1}^2 (1 + DHT_V^2)}$$

DHT para corrente: 
$$DHT_I = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1} I_h^2}}{I_1}$$

**Exemplo:** Para o espectro de corrente rms de um PC de 200W, calcule o DHT e o valor rms verdadeiro.

$h$	1	3	5	7	9	11
$I_h$	1,201	0,977	0,620	0,264	0,068	0,114
$I_h\%$	100	81,3	51,6	22,0	5,7	9,5
$h$	13	15	17	19	21	23
$I_h$	0,089	0,029	0,042	0,044	0,019	0,020
$I_h\%$	7,4	2,4	3,5	3,7	1,6	1,7

**Solução:**

$$DHT_I = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1} I_h^2}}{I_1}$$

$$\begin{aligned}
 DHT_I &= \frac{1}{1,201} \left[ (0,977)^2 + (0,620)^2 + (0,264)^2 + (0,068)^2 + (0,114)^2 \right. \\
 &\quad \left. + (0,089)^2 + (0,029)^2 + (0,042)^2 + (0,044)^2 + (0,019)^2 + (0,02)^2 \right]^{1/2} \\
 &= 0,9994 = 99,94\%
 \end{aligned}$$

**Exemplo:** Para o espectro de corrente rms de um PC de 200W, calcule o DHT e o valor rms verdadeiro.

$h$	1	3	5	7	9	11
$i_h$	1,201	0,977	0,620	0,264	0,068	0,114
$i_h\%$	100	81,3	51,6	22,0	5,7	9,5
$h$	13	15	17	19	21	23
$i_h$	0,089	0,029	0,042	0,044	0,019	0,020
$i_h\%$	7,4	2,4	3,5	3,7	1,6	1,7

**Solução:**  $I_{rms} = I_{rms,1} \cdot \sqrt{1 + (DHT_I)^2} = 1,201 \sqrt{1 + (0,9944)^2} = 1,698 A$

$$V_{rms} = \sqrt{V_{cc}^2 + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{\infty} V_h^2}$$

$$= \sqrt{V_{cc}^2 + \sum_{h=1}^{\infty} V_{rms,h}^2}$$

# Distorção Harmônica Total (DHT)

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

DHT para tensão:

$$DHT_V = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1} V_h^2}}{V_1}$$

Uma variante da DHT considera a relação do valor residual pelo valor eficaz verdadeiro (**DHTE – DHT Efetiva**).

$$DHTE_V = \frac{V_{rms,H}}{V_{rms}}$$

$$DHTE_I = \frac{I_{rms,H}}{I_{rms}}$$

$$v = v_1 + \sum_{h \neq 1} v_h = v_1 + v_H$$

**Exemplo:** Uma corrente distorcida tem valor rms verdadeiro igual a 62,5A, além das seguintes componentes harmônicas: 59A (60Hz), 15,6A (300Hz), 10,3A (420Hz), 8,66A (>420Hz). Calcule:

**-Corrente rms residual:**

$$I_{rms,H} = \sqrt{I_{rms}^2 - I_{rms,1}^2} = \sqrt{(62,5)^2 - (59)^2} = 20,6 \text{ A}$$

**- DHT:**

$$DHT_I = \frac{I_{rms,H}}{I_{rms,1}} = \frac{20,6}{59} = 0,349 \equiv 34,9\%$$

**- DHTE:**  $DHTE_I = \frac{I_{H,rms}}{I_{rms}} = \frac{20,6}{62,5} \equiv 33\%$

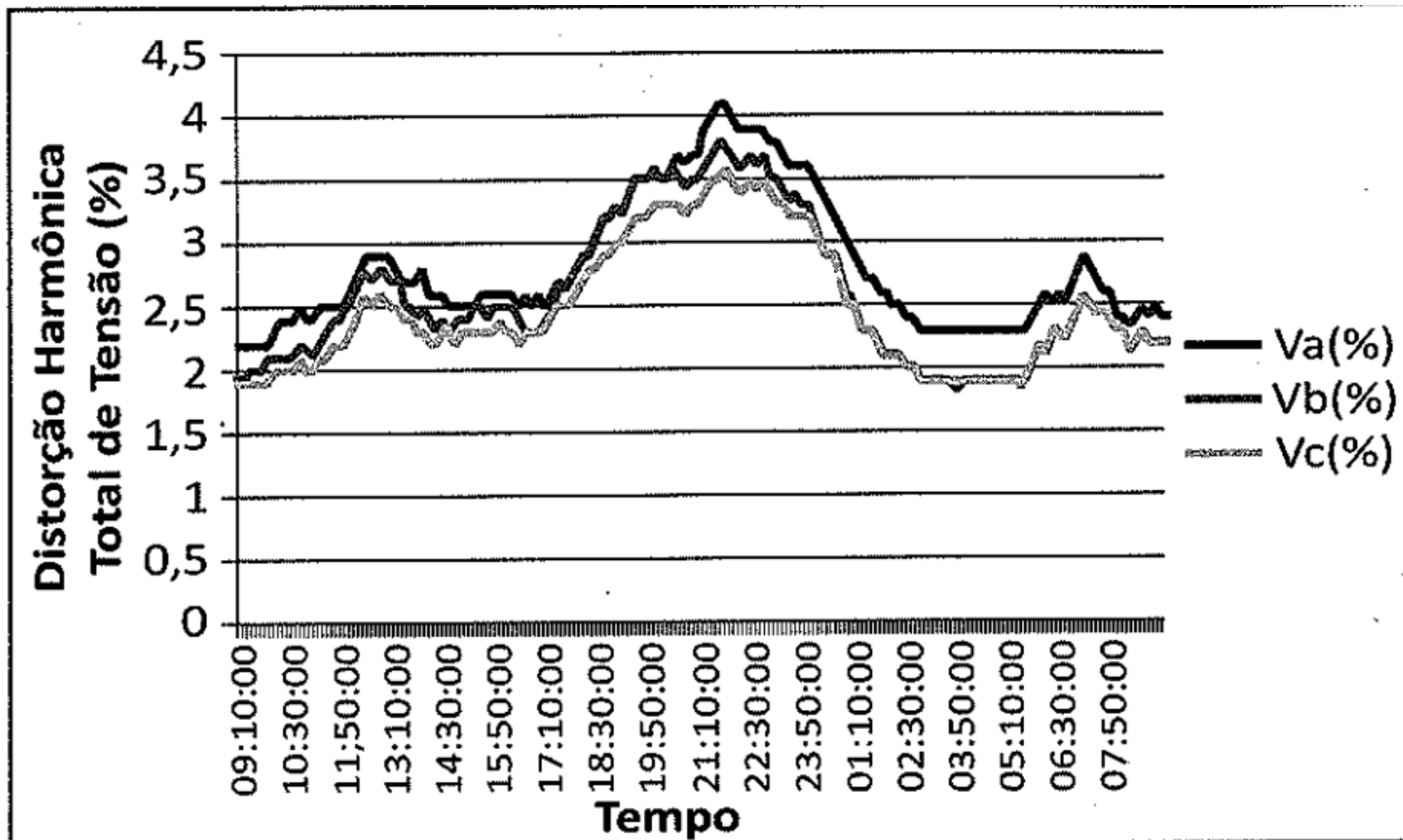
A maioria dos Instrumentos calculam somente DHT.



# Distorção Harmônica Total (DHT)

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

Em condição de desequilíbrio, há um DHT para cada fase.



# Distorção Harmônica Total (DHT)

---

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

- ✓ O nível de DHT da corrente pode ser mal interpretado.
- ✓ Muitos Inversores de Frequência apresentam altas taxas de DHT<sub>i</sub> para a corrente de entrada quando tais dispositivos estão operando com cargas leves.
- ✓ Tal fato não é necessariamente preocupante para a instalação, porque a magnitude da corrente fundamental é baixa, embora o DHT seja alto.
- ✓ Para analisar a distorção neste casos, usa-se a **Taxa de Distorção de Demanda (TDD)** (IEEE Std. 519, 1992).

# Taxa de Distorção de Demanda (TDD)

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

A TDD (também do inglês *Total Demand Distortion*) é expressa como um percentual da média dos últimos 12 meses da demanda máxima mensal da corrente fundamental  $I_L$ .

Assim, permite avaliar o nível de distorção de corrente com base na capacidade máxima da instalação.

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^N I_h^2}}{I_L}$$

Geralmente menor que o DHT.

$I_L$  desconhecido pode ser estimado:

- corrente de plena carga do trafo; ou
- ampacidade do condutor da instalação.

$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^N I_h^2}}{I_1} \cdot \frac{I_1}{I_L}$$

**Exemplo:** Uma carga consistindo inteiramente de lâmpadas fluorescentes compactas, tem DHTI de 150%. A corrente fundamental da carga é de 100A em um circuito de corrente nominal de 400A. Determine a TDD estimada.

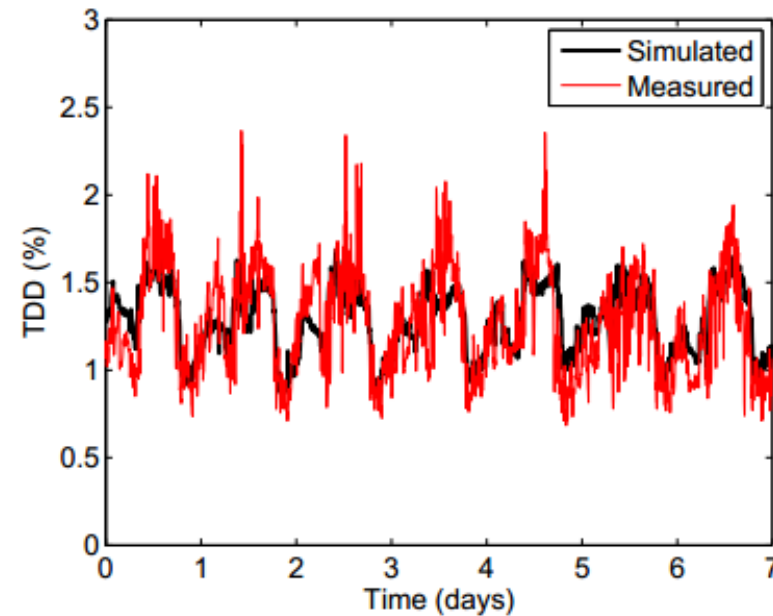
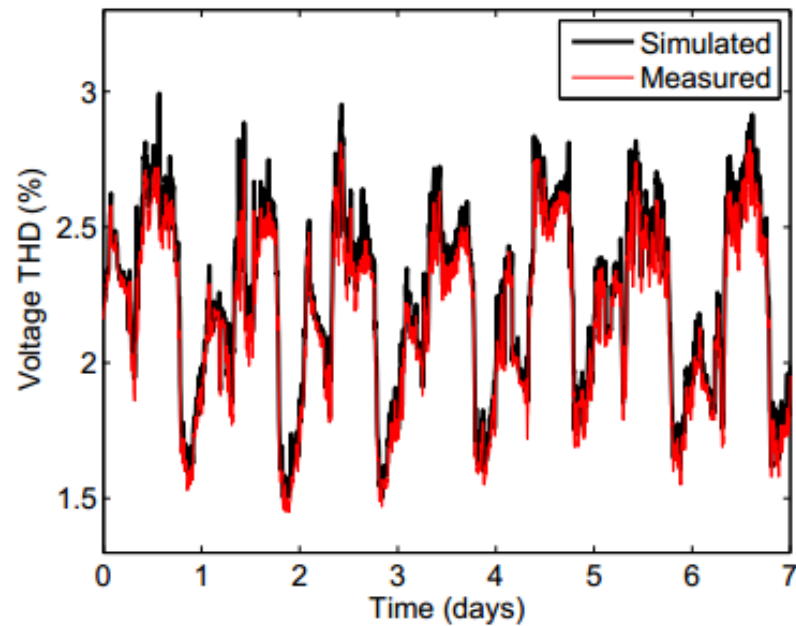
$$TDD = \frac{\sqrt{\sum_{b=2}^N I_b^2}}{I_1} \cdot \frac{I_1}{I_L}$$

$$TDD = 150 \times \frac{100}{400} = 37,5\%$$

# Distorção Harmônica Total (DHT)

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

## Medições na Usina do Mineirão – Belo Horizonte



# Distorção Harmônica Individual (DHI)

---

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

$$DHI = \frac{C_h}{C_1} \cdot 100 \%$$

em que  $C_h$  representa a componente harmônica de tensão ou corrente de ordem  $h$  em relação à fundamental  $C_1$ .

A violação da  $DHI$  orienta à medida corretiva, como a colocação de filtros harmônicos, e pode caracterizar a condição de ressonância.

# Potência em sistemas com harmônicos

O conceito clássico de potência tem levantado discussões, devido a necessidade de quantificar corretamente situações que envolvam circuitos polifásicos com ondas distorcidas. No entanto, a grande maioria dos instrumentos de medição atuais mantém a forma clássica de medir potência.

## Potência Instantânea:

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t) \cdot i(t) \\ &= \left[ V_0 + \sum_{k \neq 0} V_k \text{sen}(k\omega_1 t + \varphi_k) \right] \cdot \left[ I_0 + \sum_{m \neq 0} I_m \text{sen}(m\omega_1 t + \delta_m) \right] \end{aligned}$$

# Potência em sistemas com harmônicos

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

**Potência Instantânea:**  $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

**Potência Ativa:** média da potência instantânea.

$$P = \frac{1}{kT} \int_t^{t+kT} v(t) \cdot i(t) dt = \frac{1}{kT} \int_t^{t+kT} p dt$$

Pode ser dividida em potência ativa fundamental e harmônica:

$$P = P_1 + P_H$$

$$P_1 = \frac{1}{kT} \int_t^{t+kT} v_1 i_1 dt = V_{rms,1} I_{rms,1} \cos \theta_1$$

$$P_H = V_0 I_0 + \sum_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 1}} V_{rms,k} I_{rms,k} \cos \theta_k$$
$$= P_{cc} + \sum_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 1}} P_k = P - P_1$$

**Não é útil**





# Potência em sistemas com harmônicos

**Exemplo:** Calcular a potência média resultante.

$$v(t) = 1,2 \cos(\omega t) + 0,33 \cos(3\omega t) + 0,2 \cos(5\omega t)$$

$$i(t) = 0,6 \cos(\omega t + 30^\circ) + 0,33 \cos(3\omega t + 45^\circ) + 0,2 \cos(7\omega t + 60^\circ)$$

Solução:

$$P = P_1 + P_3 = \frac{1,2 \times 0,6}{2} \cos 30^\circ + \frac{(0,33)^2}{2} \cos 45^\circ = 0,32 \text{ W}$$

$$P_1 = \frac{1}{kT} \int_t^{t+kT} v_1 i_1 dt = V_{rms,1} I_{rms,1} \cos \theta_1$$

$$\begin{aligned} P_H &= V_0 I_0 + \sum_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 1}} V_{rms,k} I_{rms,k} \cos \theta_k \\ &= P_{cc} + \sum_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 1}} P_k = P - P_1 \end{aligned}$$

# Potência em sistemas com harmônicos

**Potência reativa:**

$$Q = \sum_k V_{rms,k} I_{rms,k} \text{sen}\theta_k = Q_1 + Q_H$$

$$Q_1 = V_{rms,1} I_{rms,1} \text{sen}\theta_1$$

**(Budeanu,1927) propôs um modelo para a potência com as parcelas ativa, reativa e de distorção D:**

$$P = P_1 + P_H$$

$$Q = Q_1 + Q_H$$

$$D = \left( \sum_{k \neq m} V_k \text{sen}(\omega_k t + \varphi_k) \right) \cdot \left( \sum_{m \neq k} I_m \text{sen}(\omega_m t + \varphi_m \mp \theta_m) \right)$$

# Potência em sistemas com harmônicos

**Potência aparente:** grandemente influenciada pela distorção, da tensão e/ou corrente.

$$\begin{aligned} S &= V_{rms} \cdot I_{rms} \\ &= \left( \sqrt{V_0^2 + \sum_{k=1}^n V_{rms,k}^2} \right) \cdot \left( \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^n I_{rms,k}^2} \right) \end{aligned}$$

**Se a distorção na tensão é desprezível:**

$$S = V_{rms,1} \cdot \left( \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^n I_{rms,k}^2} \right) = V_{rms,1} \cdot \left( \sqrt{I_0^2 + I_{rms,1}^2 + I_{rms,2}^2 + \dots} \right)$$

# Potência em sistemas com harmônicos

**Potência aparente:**

Lembrando que:

$$F_{rms} = \sqrt{c_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{\infty} c_h^2}$$

$$F_{rms} = \sqrt{c_0^2 + c_{rms,1}^2 + c_{rms,2}^2 + c_{rms,3}^2 + \dots + c_{rms,h}^2 + \dots}$$

$$V_{rms}^2 = V_{rms,1}^2 + \left( V_{cc}^2 + \sum_{h \neq 1} V_{rms,h}^2 \right) = V_{rms,1}^2 + V_H^2$$

$$I_{rms}^2 = I_{rms,1}^2 + \left( I_{cc}^2 + \sum_{h \neq 1} I_{rms,h}^2 \right) = I_{rms,1}^2 + I_H^2$$

$$\begin{aligned} S^2 &= (V_{rms} \cdot I_{rms})^2 = (V_{rms,1}^2 + V_{rms,H}^2) \cdot (I_{rms,1}^2 + I_{rms,H}^2) \\ &= (V_{rms,1}^2 \cdot I_{rms,1}^2) + (V_{rms,1}^2 \cdot I_{rms,H}^2) + (V_{rms,H}^2 \cdot I_{rms,1}^2) + (V_{rms,H}^2 \cdot I_{rms,H}^2) \\ &= S_1^2 + D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 \\ &= S_1^2 + S_N^2 \end{aligned}$$

## Potência aparente:

$$\begin{aligned} S^2 &= (V_{rms} \cdot I_{rms})^2 = (V_{rms,1}^2 + V_{rms,H}^2) \cdot (I_{rms,1}^2 + I_{rms,H}^2)^2 \\ &= (V_{rms,1}^2 \cdot I_{rms,1}^2) + (V_{rms,1}^2 \cdot I_{rms,H}^2) + (V_{rms,H}^2 \cdot I_{rms,1}^2) + (V_{rms,H}^2 \cdot I_{rms,H}^2) \\ &= S_1^2 + D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 \\ &= S_1^2 + S_N^2 \end{aligned}$$

S é separada em componente fundamental ( $S_1$ ) e não fundamental ( $S_N$ ). Já a  $S_N$  é subdividida em 3 componentes:

- potência de distorção da corrente  $D_I$ ;
- potência de distorção da tensão  $D_V$ ;
- potência aparente harmônica  $S_H$ ;

# Potência em sistemas com harmônicos

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

**Potência aparente:**

$$S^2 = (V_{rms,1}^2 \cdot I_{rms,1}^2) + (V_{rms,1}^2 \cdot I_{rms,H}^2) + (V_{rms,H}^2 \cdot I_{rms,1}^2) + (V_{rms,H}^2 \cdot I_{rms,H}^2)$$
$$= S_1^2 + D_I^2 + D_V^2 + S_H^2 = S_1^2 + S_N^2$$

Potência Aparente **Fundamental**:  $S_1 = V_{rms,1} \cdot I_{rms,1}$  ou

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2}$$

Potência de **Distorção da corrente**:

$$D_I = V_{rms,1} \cdot I_{rms,H} = S_1 \cdot DHT_I$$

Potência de **Distorção da tensão**:

$$D_V = I_{rms,1} \cdot V_{rms,H} = S_1 \cdot DHT_V$$

Potência aparente **harmônica**:

$$S_H = V_{rms,H} \cdot I_{rms,H} = S_1 \cdot DHT_V \cdot DHT_I$$

# Potência em sistemas com harmônicos

---

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

**Potência não ativa:** agrupa componentes de potência não ativa fundamental e não fundamental.  $N = \sqrt{S^2 - P^2}$

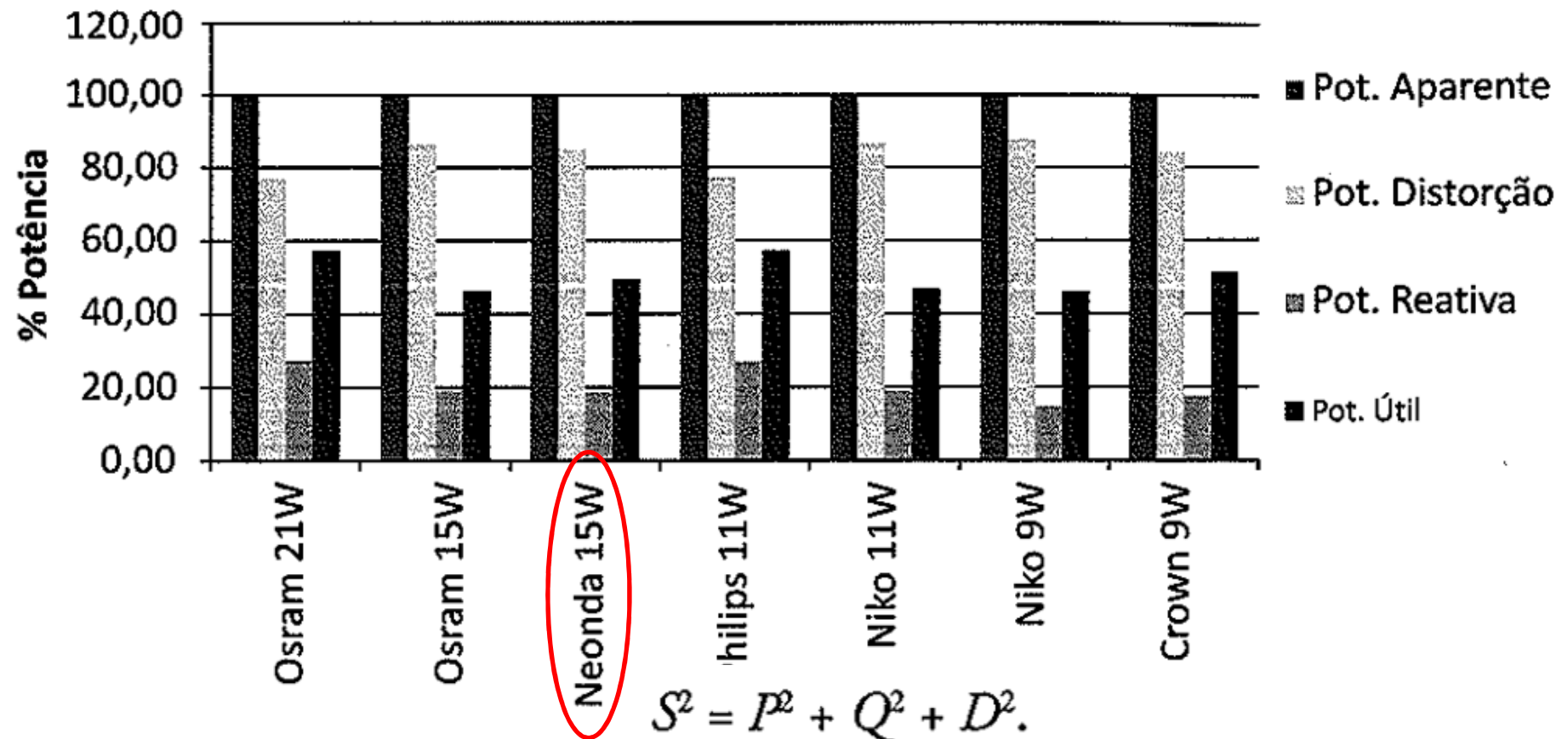
**Não deve** ser confundida com potência reativa, exceto quando as formas de onda de tensão e corrente são perfeitamente senoidais,  $N = Q_1 = Q$ .

**Ainda não existe um consenso** no conceito de potência para sistemas polifásicos desequilibrados e não senoidais.

# Potência em sistemas com harmônicos

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

## Medição de potência em diferentes lâmpadas (não lineares):



$$S^2 = P^2 + Q^2 + D^2.$$

$$P = 15,6 \text{ W} \quad (46,29\%)$$

$$Q = 6,47 \text{ var} \quad (19,20\%)$$

$$D = 29,2 \text{ dVA} \quad (86,65\%)$$

$$S = 33,7 \text{ VA} \quad (100\%)$$



# Potência em sistemas com harmônicos

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

**Fator de Potência:** indica o quão eficiente uma carga retira potência útil da fonte de alimentação.

$$FP = \frac{P}{S}$$

**FP de deslocamento ou fundamental:**  $FP_1 = \frac{P_1}{S_1} = \cos \theta_1$

**FP total ou verdadeiro:**

$$FP = \frac{P_0 + \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \dots}{V_{1,rms} I_{1,rms} \left( \sqrt{1 + DHT_V^2} \right) \cdot \left( \sqrt{1 + DHT_I^2} \right)}$$

$$FP = \frac{V_0 I_0 + \sum_{k \neq 0} V_{rms,k} I_{rms,k} \cos \theta_k}{\left( \sqrt{V_0^2 + \sum_{k \neq 0} V_{rms,k}^2} \right) \cdot \left( \sqrt{I_0^2 + \sum_{k \neq 0} I_{rms,k}^2} \right)}$$

# Potência em sistemas com harmônicos

**FP total ou verdadeiro:**

$$FP = \frac{P_0 + \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \dots}{V_{1,rms} I_{1,rms} \left( \sqrt{1 + DHT_V^2} \right) \cdot \left( \sqrt{1 + DHT_I^2} \right)}$$

**Ou (IEEE Std. 1459, 2010):**

$$\begin{aligned} FP &= \frac{P_1 + P_H}{\sqrt{S_1^2 + S_N^2}} = \frac{(P_1/S_1) [1 + P_H/P_1]}{\sqrt{1 + (S_N/S_1)^2}} \\ &= \frac{[1 + (P_H/P_1)] \cdot FP_1}{\sqrt{1 + DHT_I^2 + DHT_V^2 + (DHT_I + DHT_V)^2}} \end{aligned}$$

**FP de deslocamento pode ser alto e o verdadeiro baixo, devido a alta não linearidade das cargas.**

# Potência em sistemas com harmônicos

---

ELT 428 – QUALIDADE DE ENERGIA

**Fator de Distorção ou potência de distorção:**

$$FD = \frac{I_{rms,1}}{I_{rms}} = \frac{1}{\sqrt{1 + DHT_I^2}}$$

A vantagem em conhecer separadamente FP verdadeiro e fundamental está em sinalizar ao consumidor a causa da taxaço excedente (por causa da fundamental ou em decorrência da presença de harmônicos).

# Potência em sistemas com harmônicos

## Fator de Potência

Tipo de Circuito	Fator de Potência	
Circuito Linear CC	1	Unitário $FP = FP_1$
Circuito Linear CA	$FP_1 = \frac{P_1}{S_1}$	Deslocamento $FP = FP_1$
Circuito Não Linear CA	IEEE 1459, 2010 $FP = \frac{P_1 + P_H}{\sqrt{S_1^2 + S_N^2}}$	Verdadeiro $FP \leq FP_1$

# Potência em sistemas com harmônicos

## Exemplo: Dada a tabela.

**Tabela 4.10** – Componentes de frequência de tensão e corrente em pu.

Frequência (Hz)	Tensão	Corrente
60	$1 \angle 0^\circ$	$1 \angle -30^\circ$
180	$0,2 \angle 20^\circ$	$0,2 \angle 80^\circ$
420	$0,05 \angle 10^\circ$	$0,15 \angle -20^\circ$

a) Expressar  $v(t)$  e  $i(t)$

$$\begin{aligned}v(t) &= \cos((2\pi 60)t) + 0,2 \cos((2\pi 180)t + 20^\circ) + 0,05 \cos((2\pi 420)t + 10^\circ) \\ &= \cos(377t) + 0,2 \cos(1131t + 20^\circ) + 0,05 \cos(2639t + 10^\circ)\end{aligned}$$

$$i(t) = \cos(377t - 30^\circ) + 0,2 \cos(1131t + 80^\circ) + 0,15 \cos(2639t - 20^\circ)$$

# Potência em sistemas com harmônicos

**Exemplo: Dada a tabela.**

**Tabela 4.10** – Componentes de frequência de tensão e corrente em pu.

Frequência (Hz)	Tensão	Corrente
60	$1 \angle 0^\circ$	$1 \angle -30^\circ$
180	$0,2 \angle 20^\circ$	$0,2 \angle 80^\circ$
420	$0,05 \angle 10^\circ$	$0,15 \angle -20^\circ$

**b)** Calcular o valor eficaz de  $v(t)$  e  $i(t)$

$$V_{rms} = \sqrt{1 + 0,2^2 + 0,05^2} = 1,021 \text{ pu}$$

$$I_{rms} = \sqrt{1 + 0,2^2 + 0,15^2} = 1,031 \text{ pu}$$

# Potência em sistemas com harmônicos

**Exemplo: Dada a tabela.**

**Tabela 4.10** – Componentes de frequência de tensão e corrente em pu.

Frequência (Hz)	Tensão	Corrente
60	$1 \angle 0^\circ$	$1 \angle -30^\circ$
180	$0,2 \angle 20^\circ$	$0,2 \angle 80^\circ$
420	$0,05 \angle 10^\circ$	$0,15 \angle -20^\circ$

**c)** Calcular a potência ativa fundamental e harmônica

$$P_1 = V_1 I_1 \cos \theta_1 = 1 \cdot \cos 30^\circ = 0,866 \text{ pu}$$

$$P_H = V_3 I_3 \cos \theta_3 + V_7 I_7 \cos \theta_7 = 0,020 + 0,006 = 0,026 \text{ pu}$$

$$P = P_1 + P_H = 0,866 + (0,020 + 0,006) = 0,892 \text{ pu}$$

# Potência em sistemas com harmônicos

**Exemplo: Dada a tabela.**

**Tabela 4.10** – Componentes de frequência de tensão e corrente em pu.

Frequência (Hz)	Tensão	Corrente
60	$1 \angle 0^\circ$	$1 \angle -30^\circ$
180	$0,2 \angle 20^\circ$	$0,2 \angle 80^\circ$
420	$0,05 \angle 10^\circ$	$0,15 \angle -20^\circ$

**d)** Calcular a potência de distorção da corrente e tensão

$$D_I = V_{1,rms} \cdot I_{H,rms} = 1 \cdot \sqrt{(0,2)^2 + (0,15)^2} = 0,25 \text{ pu}$$

$$D_V = I_{1,rms} \cdot V_{H,rms} = 1 \cdot \sqrt{(0,2)^2 + (0,05)^2} = 0,206 \text{ pu}$$



# Potência em sistemas com harmônicos

**Exemplo: Dada a tabela.**

**Tabela 4.10** – Componentes de frequência de tensão e corrente em pu.

Frequência (Hz)	Tensão	Corrente
60	$1 \angle 0^\circ$	$1 \angle -30^\circ$
180	$0,2 \angle 20^\circ$	$0,2 \angle 80^\circ$
420	$0,05 \angle 10^\circ$	$0,15 \angle -20^\circ$

e) Calcular a potência aparente: harmônica e a não fundamental.

**Deve-se inicialmente calcular a DHT da tensão e corrente:**

$$DHT_V = \frac{\sqrt{V_3^2 + V_7^2}}{V_1} = \frac{\sqrt{0,2^2 + 0,05^2}}{1} \equiv 20,62\%$$

$$DHT_I = \frac{\sqrt{I_3^2 + I_7^2}}{I_1} = \frac{\sqrt{0,2^2 + 0,15^2}}{1} \equiv 25\%$$

# Potência em sistemas com harmônicos

## Exemplo: Dada a tabela.

**Tabela 4.10** – Componentes de frequência de tensão e corrente em pu.

Frequência (Hz)	Tensão	Corrente
60	$1 \angle 0^\circ$	$1 \angle -30^\circ$
180	$0,2 \angle 20^\circ$	$0,2 \angle 80^\circ$
420	$0,05 \angle 10^\circ$	$0,15 \angle -20^\circ$

e) Calcular a potência aparente: harmônica e a não fundamental.

$$S_H = S_1 \cdot DHT_V \cdot DHT_I$$
$$= 1 \cdot (0,206) \cdot (0,25) = 0,052 \text{ pu}$$

$$S_N = \sqrt{D_I^2 + D_V^2 + S_H^2}$$
$$= \sqrt{(0,25)^2 + (0,206)^2 + (0,052)^2} = 0,328 \text{ pu}$$

# Potência em sistemas com harmônicos

## Exemplo: Dada a tabela.

**Tabela 4.10** – Componentes de frequência de tensão e corrente em pu.

Frequência (Hz)	Tensão	Corrente
60	$1 \angle 0^\circ$	$1 \angle -30^\circ$
180	$0,2 \angle 20^\circ$	$0,2 \angle 80^\circ$
420	$0,05 \angle 10^\circ$	$0,15 \angle -20^\circ$

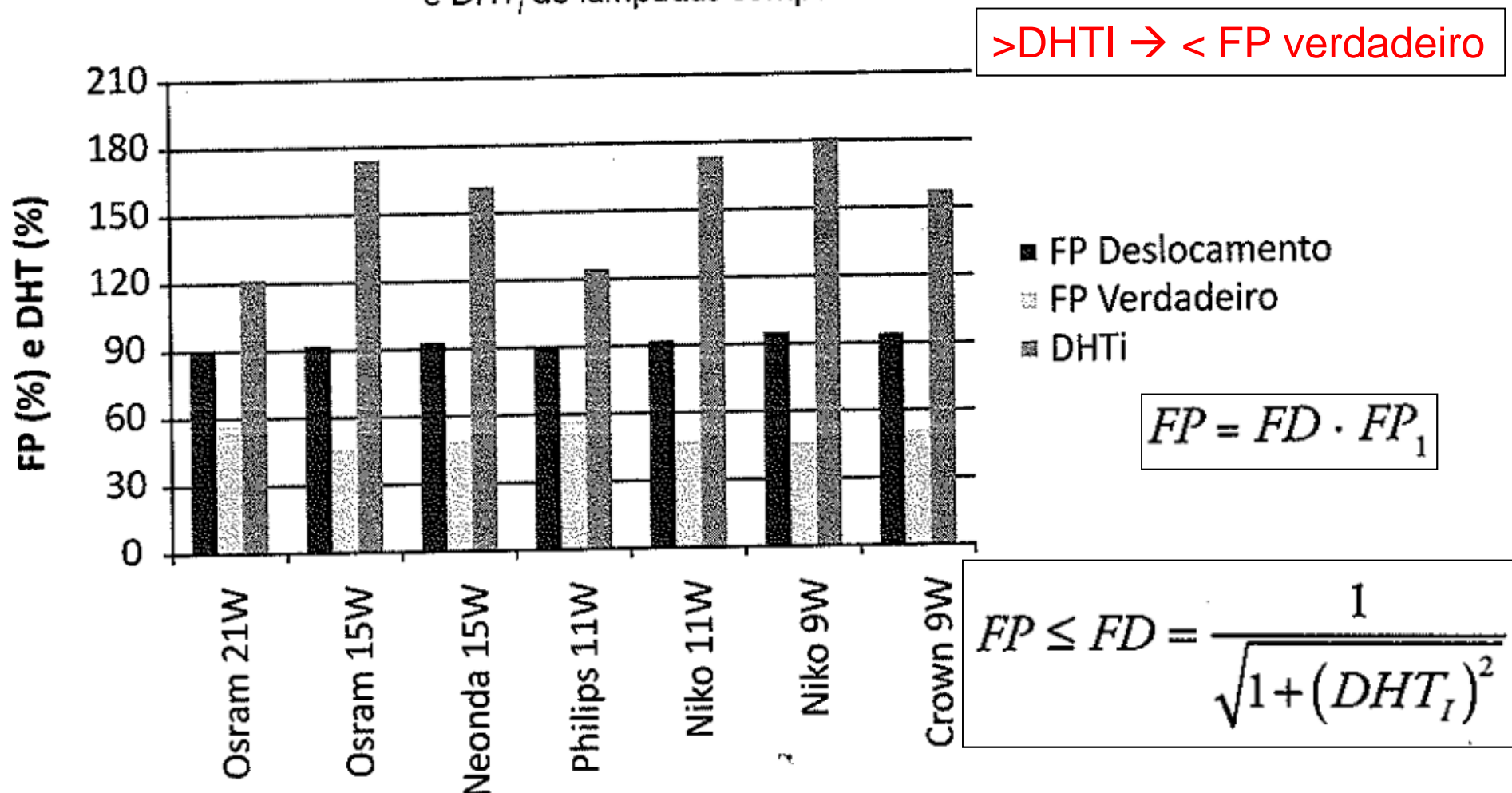
f) Calcular o fator de potência de deslocamento, de distorção e verdadeiro.

$$FP_1 = \cos(30^\circ) = 0,866 \text{ atrasado}$$

$$FP = \frac{P_1 + P_H}{\sqrt{S_1^2 + S_N^2}} = \frac{0,892}{\sqrt{1 + (0,328)^2}} = 0,848$$

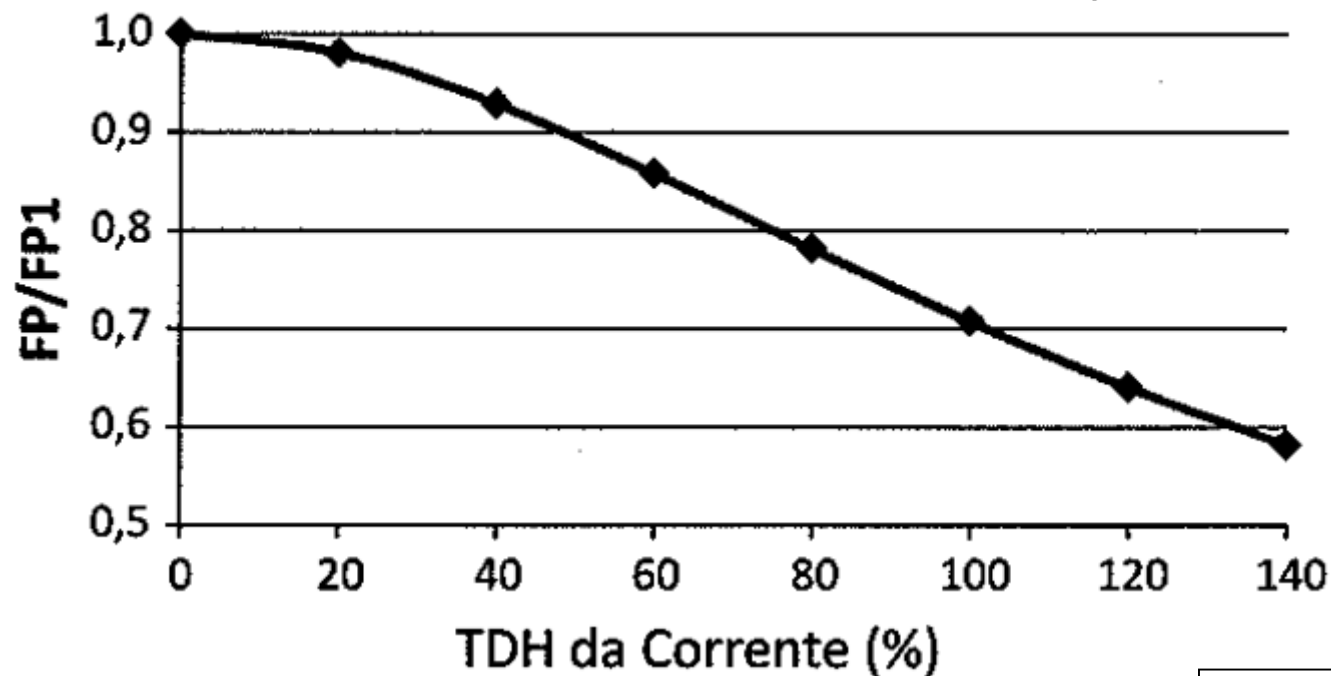
# Potência em sistemas com harmônicos

**Figura 4.19** – Fator de potência de deslocamento, verdadeiro e  $DHT_I$  de lâmpadas compactas.



# Potência em sistemas com harmônicos

**Figura 4.20** – Máximo fator de potência verdadeiro.



$$FP = FD \cdot FP_1$$

$$FP \leq FD = \frac{1}{\sqrt{1 + (DHT_I)^2}}$$

# Fator K de transformadores

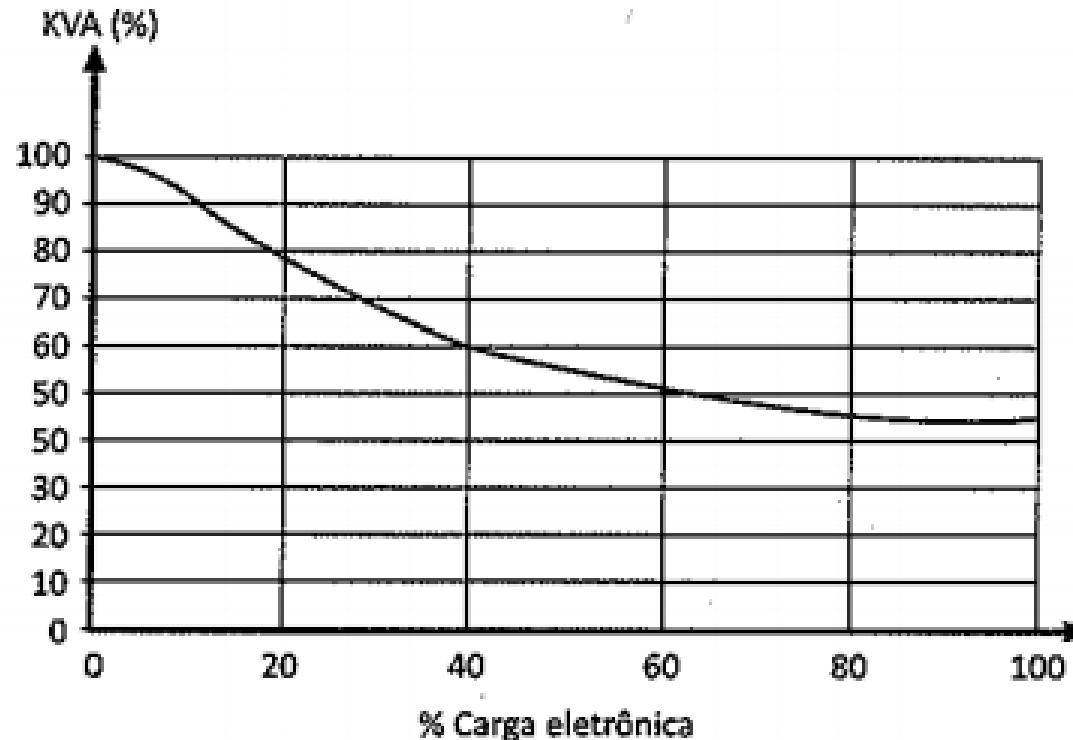
---

- ✓ As características nominais dos trafos baseiam-se no aquecimento provocado por correntes senoidais de 60Hz.
- ✓ Mas, se circular correntes harmônicas, o trafo sofrerá aquecimento adicional que poderá reduzir sua vida útil.
- ✓ Assim, qualquer trafo que transporta corrente harmônica deve ser bem avaliado para verificar se opera em condições nominais ou em sobrecarga.

# Fator K de transformadores

Redução de potência para que sejam mantidas as condições nominais de dissipação de calor e vida útil:

**Figura 4.26** – Desclassificação de potência em transformador com carga não linear.



# Fator K de transformadores

---

- ✓ Fabricantes de trafos definiram o fator k para indicar sua adequação para correntes não senoidais de cargas não lineares.
- ✓ O Fator K é um coeficiente que descreve o calor adicional que ocorre em um transformador que alimenta cargas não lineares.
- ✓ Um transformador destinado a cargas lineares tem fator K igual a um ( $K = 1$ ). Com  $K > 1$ , o trafo é construído para suportar maiores distorções na corrente.
- ✓ Comercialmente existem trafos com  $K = 4, 9, 12, 20, 30, 40$  e  $50$ .



# Fator K de transformadores

---

Se as correntes harmônicas são conhecidas, o fator k pode ser calculado para comparar com o fator K de placa.

$$K = \sum_{h=1}^N b^2 \cdot \left( \frac{I_b}{I_1} \right)^2 = \sum_{h=1}^N b^2 \cdot I_{b,pu}^2$$

Se o K calculado for menor ou igual ao de placa, este estará operando em conformidade com a norma (IEEE Std. 1100, 2005).

# Fator K de transformadores

Exemplo: 
$$K = \sum_{h=1}^N h^2 \cdot \left( \frac{I_h}{I_1} \right)^2 = \sum_{h=1}^N h^2 \cdot I_{h,pu}^2$$

Valor rms verdadeiro = 73,72 A					
h	$I_{rms}$ (A)	$I_h/I_1$	$(I_h/I_1)^2$	$h^2$	$h^2 (I_h/I_1)^2$
1	52,45	1,000	1,0000	1	1,000
3	42,27	0,806	0,6496	9	5,846
5	24,97	0,476	0,2266	25	5,665
7	9,44	0,180	0,0324	49	1,588
9	3,72	0,071	0,0050	81	0,405
11	5,51	0,091	0,0083	121	1,004
13	4,77	0,077	0,0059	169	0,997
			$\Sigma = 1,9278$		Fator K = 16,505

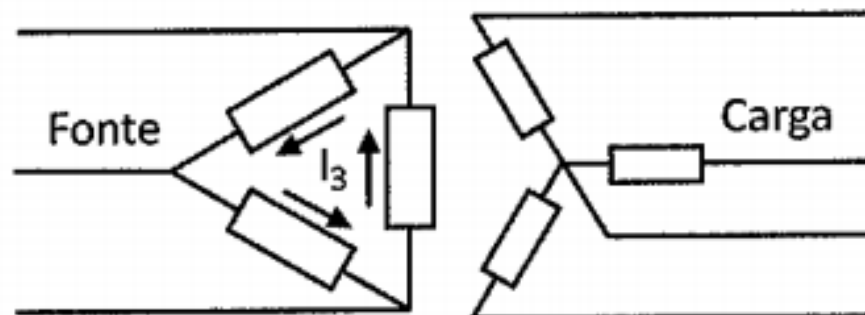
Comercialmente existem trafos com  $K = 4, 9, 12, 20, 30, 40$  e 50. Assim, opta-se por um trafo de fator K de 20.

# Fator K de transformadores

Os transformadores de fator K não unitário, são especialmente projetados para lidar com os efeitos de aumento de aquecimento e de correntes no neutro produzidos por carga eletrônica não linear.

## Características de projeto de trafos:

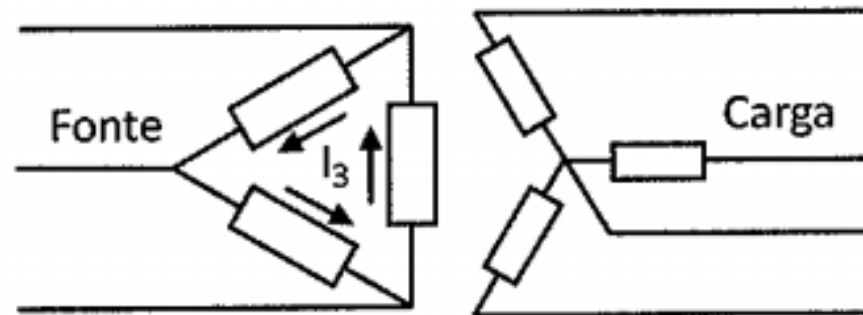
- Em geral, os enrolamentos do primário são ligados em  $\Delta$  e o secundário em



# Fator K de transformadores

- **Características de projeto de trafos:**

- Em geral, os enrolamentos do primário são ligados em  $\Delta$  e o secundário em Y.



- Emprego de blindagem eletromagnética entre os enrolamentos primário e secundário em cada bonina, atenuando harmônicos de maior frequência;
- Aumento de bitola do enrolamento  $\Delta$  devido às correntes harmônicas triplas (e de sequência zero)

- **Características de projeto de trafos:**

- Dimensionamento da bitola do condutor neutro do secundário para 200% do valor nominal da corrente de plena carga do secundário;

- Núcleo especialmente concebidos para manter a densidade de fluxo  $B$  ( $\text{Wb/m}^2$ ) abaixo da saturação devido a formas de onda de tensão distorcida usando, para tanto, ferro de grãos maiores.